Dr. Juan Diego Caycedo — Mathematik II für Informatiker — Sommer 2015
Übungsblatt 3

Verantwortlich für die Übungen:
Dr. Fritz Hörmann (fritz.hoermann@math.uni-freiburg.de)

1. **Basen.**

   (a) Ergänzen Sie die folgenden Vektoren zu einer Basis des $\mathbb{R}^3$:

   $$\begin{pmatrix}5\\7\\8\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}4\\7\\8\end{pmatrix}$$

   (b) Ergänzen Sie die folgenden Vektoren zu einer Basis des $\mathbb{R}^4$:

   $$\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}1\\0\\1\\1\end{pmatrix}$$

   (c) Wählen Sie unter den folgenden Vektoren eine Basis des $\mathbb{R}^3$ aus:

   $$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}7\\8\\9\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}10\\11\\-12\end{pmatrix}$$

2. **Linearität der Umkehrabbildung.** V, W seien K-Vektorräume. Zeige: Die Umkehrabbildung einer bijektiven K-linearen Abbildung $V \to W$ ist auch K-linear.

3. **Unendliche Folgen.** V sei der $\mathbb{F}_2$-Vektorraum der unendlichen $\{0, 1\}$-Folgen. Sei U die Menge der Folgen von endlichem Träger, d.h. die Teilmenge von V, die aus denjenigen Folgen besteht, bei denen nur an endlich vielen Stellen eine 1 steht.

   (a) Zeige: U ist ein Untervektorraum.

   (b) Finde eine Basis für U.

   (c) Finde unendlich viele Elemente von $V \setminus U$, die linear unabhängig sind.

Bitte wenden!

4. **Dimension.** Bestimmen Sie eine Basis der folgenden Vektorräume, und geben Sie die Dimension an:

   (a) V der $\mathbb{R}$-Vektorraum der Polynome mit reellen Koeffizienten vom Grad kleiner gleich 4.

   (b) Der $\mathbb{R}$-Vektorraum
   $$V := \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + ... + x_n = 0 \}.$$

   (c) Der $\mathbb{R}$-Vektorraum
   $$V := \{ x \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} \mid x, y, z \in \mathbb{R} \}.$$

   (d)
   $$\mathbb{C}^n,$$
   aufgefasst als $\mathbb{R}$-Vektorraum.

Abgabe bis Mo 11.5.2015, 9:00 in die Kästen im Erdgeschoss des Instituts für Informatik, Gebäude 51.