

Verantwortlich für die Übungen:

Dr. Fritz Hörmann (fritz.hoermann@math.uni-freiburg.de)

1. **Alter ISBN-Code.** (4 Punkte) Beim alten ISBN-Code werden 9 Ziffern  $a_1, \dots, a_9 \in \{0, \dots, 9\}$  als Elemente von  $\mathbb{F}_{11}$  aufgefasst und so um eine Prüfziffer  $a_{10} \in \mathbb{F}_{11}$  ergänzt, dass in  $\mathbb{F}_{11}$

$$\sum_{i=1}^{10} i \cdot a_i = 0$$

gilt. (Falls  $a_{10} = 10$ , wurde diese Ziffer als „X“ geschrieben.)

Zeigen Sie, dass dieser Code

- (a) einen Fehler (falsche Ziffer),
- (b) und die Vertauschung von 2 Ziffern

erkennt.

2. **Binärer Hamming-Code.** (8 Punkte) Stellen Sie für den binären  $[n, k, d] = [15, 11, 3]$ -Hamming-Code die Erzeugermatrix  $G$  und die Prüfmatrix  $H$  in der Form

$$G = (\text{Id}_k | A) \quad H = (-A^T | \text{Id}_{n-k})$$

auf. Kodieren Sie den Vektor

$$(1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1).$$

Fälschen Sie das Ergebnis ab, indem Sie ein beliebiges Bit verändern. Berechnen Sie anschließend das Syndrom und überprüfen Sie, dass es zum abgeänderten Bit korrespondiert (d.h. in der entsprechenden Spalte der Matrix  $H$  auftaucht).

3. **Ternärer Hamming-Code.** (4 Punkte) Stellen Sie für den ternären  $[13, 10, 3]$ -Hamming-Code Erzeuger- und Prüfmatrix auf.

*Hinweis:* Das Alphabet ist also hier  $\mathbb{F}_3 = \{0, 1, 2\}$ .

4. **Dualer Code.** (4 Zusatzpunkte) Gegeben sei ein linearer Code  $C$  mit Erzeugermatrix  $G$  und Prüfmatrix  $H$ . Zeigen Sie:

$$C^\perp = \{v \mid \langle v, c \rangle = 0 \text{ für alle } c \in C\}$$

ist ein linearer Code mit Erzeugermatrix  $H$  und Prüfmatrix  $G$ .

*Hinweis:*

$$\langle v, c \rangle = \sum_{i=1}^n c_i \cdot v_i$$

bezeichnet das Skalarprodukt der Vektoren  $v$  und  $c$  in  $(\mathbb{F}_q)^n$ .

Sie dürfen die Formel  $\dim(C^\perp) = n - \dim(C)$  ohne Beweis verwenden.

Abgabe am 25.7.2011 im Hörsaal vor Beginn der Vorlesung