Dr. Juan Diego Caycedo — Mathematik II für Informatiker — Sommer 2015
Übungsblatt 6

Verantwortlich für die Übungen:
Dr. Fritz Hörmann (fritz.hoermann@math.uni-freiburg.de)

1. **Basiswechsel.** Betrachten Sie den $\mathbb{R}$-Vektorraum der Polynome mit reellen Koeffizienten und vom Grad höchstens 4. Es sei $\mathcal{B}$ die Standardbasis $1, X, X^2, X^3, X^4$ und $\mathcal{B}'$ die Basis der „fallenden Faktoriellen" $1, X, (X)_2, (X)_3, (X)_4$, wobei $(X)_n := X\,(X-1)\cdots(X-n+1)$.

   Bestimmen Sie die beiden Basiswechselmatrizen und für die Ableitung $\varphi := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}X}$ die darstellenden Matrizen ${}_{\mathcal{B}}\varphi_{\mathcal{B}'}$, ${}_{\mathcal{B}'}\varphi_{\mathcal{B}}$ und ${}_{\mathcal{B}'}\varphi_{\mathcal{B}'}$. (Beide Basen sollen dafür in der angegebenen Reihenfolge geordnet sein.)

2. **Eigenvektoren.**

   Die folgende Matrix hat Eigenvektoren zum Eigenwert 1. Bestimmen Sie diese.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. **Basiswechsel im $\mathbb{R}^3$.** Beschreiben Sie die lineare Abbildung $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ geometrisch, welche durch die folgende Matrix (bzgl. der Standardbasis) gegeben wird:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 & \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ 0 & -1 & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

   Welche Matrix beschreibt dieselbe Abbildung bzgl. der Basis

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}?$$

4. **Kern und Bild.** Bestimmen Sie jeweils eine Basis von Kern und Bild der linearen Abbildung $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$, welche durch die Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

   gegeben wird.

Abgabe bis Fr 5.6.2015, 10:00 in die Kästen im Erdgeschoss des Instituts für Informatik, Gebäude 51.