

Verantwortlich für die Übungen:
Dr. Fritz Hörmann (fritz.hoermann@math.uni-freiburg.de)

1. **Alter ISBN-Code.** Beim alten ISBN-Code werden 9 Ziffern $a_1, \dots, a_9 \in \{0, \dots, 9\}$ als Elemente von \mathbb{F}_{11} aufgefasst und so um eine Prüfziffer $a_{10} \in \mathbb{F}_{11}$ ergänzt, dass in \mathbb{F}_{11}

$$\sum_{i=1}^{10} i \cdot a_i = 0$$

gilt. (Falls $a_{10} = 10$, wurde diese Ziffer als „X“ geschrieben.)

Zeigen Sie, dass dieser Code

- (a) einen Fehler (falsche Ziffer),
- (b) und die Vertauschung von 2 Ziffern

erkennt.

2. **Ternärer Hamming-Code.** Stellen Sie für den ternären $[13, 10, 3]$ -Hamming-Code Erzeuger- und Prüfmatrix auf.

Hinweis: Das Alphabet ist also hier $\mathbb{F}_3 = \{0, 1, 2\}$.

3. **Dualer Code.** Gegeben sei ein linearer Code C mit Erzeugermatrix G und Prüfmatrix H . Zeigen Sie:

$$C^\perp = \{v \mid \langle v, c \rangle = 0 \text{ für alle } c \in C\}$$

ist ein linearer Code mit Erzeugermatrix H und Prüfmatrix G .

Hinweis:

$$\langle v, c \rangle = \sum_{i=1}^n c_i \cdot v_i$$

bezeichnet das Skalarprodukt der Vektoren v und c in $(\mathbb{F}_q)^n$.

Sie dürfen die Formel $\dim(C^\perp) = n - \dim(C)$ ohne Beweis verwenden.