

Verantwortlich für die Übungen:

Dr. Fritz Hörmann (fritz.hoermann@math.uni-freiburg.de)

1. **Determinante.**

(a) Berechnen Sie:

$$\det \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

(b) Bestimmen Sie den Rang der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 7 & 10 & 12 \end{pmatrix}.$$

2. **Transposition und Inverses.** Sei A eine invertierbare $n \times n$ -Matrix. Beweisen Sie:

$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T.$$

Hinweis: Versuchen Sie nicht zu rechnen. Beweisen Sie zunächst die Formel $A^T \cdot B^T = (B \cdot A)^T$. Verwenden Sie danach diese und die Definition des Inversen, also $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = 1$.

3. **Vandermonde Determinante.** Sei k ein Körper, z.B. \mathbb{R} oder \mathbb{C} , und $x, y, z \in k$. Beweisen Sie

$$\det \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{pmatrix} \neq 0$$

genau dann, wenn x, y und z verschieden sind.

4. **Gleichungssysteme mit Parametern.** Lösen Sie das folgende Gleichungssystem in Abhängigkeit von den Parametern x, y und z .

$$\begin{pmatrix} x & x(y+1) & y + x(y+1) + 1 \\ 1 & -xy & -yx + x - y \\ 0 & xy & yx - x + y + 1 \end{pmatrix} v = \begin{pmatrix} x+z \\ 1-z \\ z \end{pmatrix}.$$

Abgabe am 11.6.2012 im Hörsaal vor Beginn der Vorlesung